

# Fiche d'exercices – Bilan année de 1<sup>ère</sup> – Préparation de la terminale

## Conseils :

- ✓ Revoir le chapitre concerné par l'exercice avant de le réaliser. Il est encore temps de faire des fiches ! Elles seront très utiles pour la terminale.
- ✓ Se forcer à rédiger comme pour une évaluation ou un examen.
- ✓ A l'aide du corrigé, faire le point sur les notions à revoir avant la reprise.

Exercice 1	Chapitre abordé : Suites numériques
	Compétences travaillées : Modéliser – Raisonner – Calculer – Communiquer

Une école de danse a ouvert ses portes en 2021. Cette année-là, elle comptait 800 inscrits. Chaque année, elle prévoit une augmentation de 15 % des inscriptions ainsi que 90 désinscriptions.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'inscrits l'année 2021 +  $n$ . Chaque inscrit paye une cotisation annuelle de 150 euros, sur laquelle l'école conserve un bénéfice de 20 euros après avoir payé tous ses frais fixes. L'école économise ce bénéfice afin de construire une nouvelle salle de danse. Pour cela, elle a besoin d'un budget de 125 000 euros.

**Partie A :** Les données sont saisies dans une feuille de calcul donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	Année	Rang de l'année	Nombre d'inscrits	Bénéfice annuel	Bénéfices cumulés
2	2021	0	800	16 000	16 000
3	2022	1	830	16 600	32 600
4	2023	2	865	17 300	49 900
5	2024	3	904	18 080	67 980
6	2025	4	950	19000	86 980
7	2026	5			
8	2027	6			

Le format de cellule a été choisi pour que les nombres de la colonne C soient arrondis à l'unité.

- 1- Quelle formule peut-on saisir en C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le nombre d'inscrits l'année de rang  $n$  ?
- 2- Quelle formule peut-on saisir en E3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le bénéfice cumulé à l'année de rang  $n$  ?
- 3- Compléter les six cellules des lignes qui correspondent aux années 2026 et 2027.
- 4- En quelle année l'école pourra-t-elle construire sa nouvelle salle de danse ?

## Partie B

- 1- Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 1,15u_n - 90$  et préciser  $u_0$ .
- 2- Compléter le script du programme Python ci-dessous afin qu'il crée la liste des 10 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

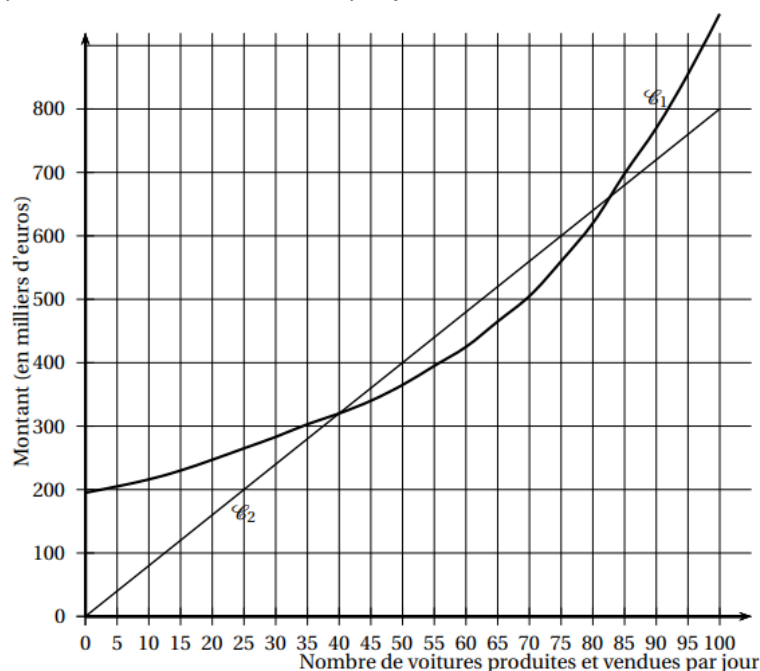
```
L=[...]  
for i in range(..., ...):  
    L.append(...)
```

- 3- On considère la suite  $(v_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 600$ .
  - a. Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme  $v_0$ .
  - b. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 200 \times 1,15^n + 600$ .
- 4- Conjecturer la limite de la suite  $(u_n)$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.
- 5- A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année, cette école accueillera plus de 2 000 adhérents.

Une usine de fabrication de voitures a une capacité de production de 100 véhicules par jour.

### Partie A : Étude graphique

Sur le graphique ci-contre sont tracées deux courbes C1 et C2. L'une représente le coût de production en fonction du nombre de voitures produites et vendues par jour, l'autre le chiffre d'affaires de l'usine en fonction du nombre de voitures produites et vendues par jour.



1. Sachant que le chiffre d'affaires de l'usine est proportionnel au nombre de voitures produites et vendues chaque jour, laquelle des deux courbes représente ce chiffre d'affaires ?
2. Avec la précision permise par le graphique, donner le coût de production de 55 voitures.
3. Combien de voitures faut-il produire et vendre pour réaliser un chiffre d'affaires de 600 000 euros ?
4. Pour combien de voitures produites et vendues par jour l'usine réalise-t-elle un bénéfice ? Le résultat sera donné sous forme d'un intervalle.

### Partie B : Étude d'une fonction

On appelle résultat la différence entre le chiffre d'affaires et le coût de production. S'il est positif, il correspond à un bénéfice, s'il est négatif, il correspond à une perte.

Pour un nombre entier  $x$  de voitures produites et vendues par jour, on modélise le résultat par la fonction  $R$  définie sur  $[0 ; 100]$  par  $R(x) = -0,001x^3 + 0,07x^2 + 3,36x - 186$ .

1. Montrer que la fonction  $R$  est dérivable sur  $[0 ; 100]$  et déterminer sa fonction dérivée  $R'$ .
2. Étudier le signe de  $R'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 100]$ .
3. En déduire le tableau de variation de la fonction  $R$  sur  $[0 ; 100]$ .
4. Selon ce modèle, combien de voitures l'usine doit-elle produire et vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est alors ce bénéfice ?

<b>Exercice 3</b>	<b>Chapitre abordé :</b>
	<b>Compétences travaillées : Représenter</b>

Dans une ville comportant 15 000 foyers, une enquête portant sur les habitudes en matière d'écologie a donné les résultats suivants :

- ✓ 10 500 foyers pratiquent le tri sélectif ;
- ✓ Parmi les foyers pratiquant le tri sélectif, 30 % consomment des produits bio.
- ✓ Parmi les foyers ne pratiquant pas le tri sélectif, 450 consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard et on note les évènements suivants :

- ✓ T = « Le foyer pratique le tri sélectif » ;
- ✓ B = « Le foyer consomme des produits bio ».

- 1- Représenter cette situation à l'aide un arbre pondéré de probabilités.
- 2- Calculer  $P(T \cap B)$  et contextualiser le résultat dans le problème.
- 3- Justifier que  $P(B) = 0,24$ .
- 4- On choisit au hasard un foyer consommant des produits bio, quelle est la probabilité que ce dernier pratique le tri sélectif ?
- 5- Cette ville décide de favoriser les ménages ayant un comportement écocitoyen. Pour cela, elle offre chaque année un chèque de 50 € aux foyers pratiquant le tri sélectif et un chèque de 20 € à ceux qui consomment des produits bio. Les deux récompenses peuvent être cumulées.  
On note S la variable aléatoire égale à la somme perçue par un ménage choisi au hasard.

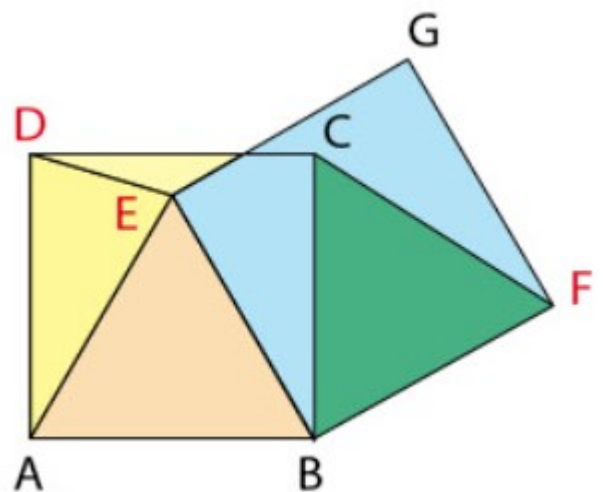
- a. Déterminer la loi de probabilité de S.
- b. Calculer l'espérance de S et interpréter le résultat.
- c. Calculer l'écart-type de S.

<b>Exercice 4</b>	<b>Chapitre abordé : Produit scalaire</b>
	<b>Compétences travaillées : Chercher – Raisonner - Communiquer</b>

Dans la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 1, ABE est un triangle équilatéral et BFGE est un carré.

Partie 1 :

- 1- Montrer que  $\vec{BC} \cdot \vec{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  et en déduire  $\vec{DA} \cdot \vec{BE}$ .
- 2- Calculer  $\vec{EA} \cdot \vec{EB}$ .
- 3- Démontrer que le triangle BFC est équilatéral.
- 4- En déduire  $\vec{BC} \cdot \vec{BF}$  puis  $\vec{DA} \cdot \vec{EG}$ .
- 5- Justifier que  $\vec{AE} \cdot \vec{EG} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- 6- En utilisant la relation de Chasles, calculer  $\vec{DE} \cdot \vec{BG}$ .
- 7- En déduire l'alignement des points D, E et F.



Partie 2 :

Montrer l'alignement des points D, E et F en utilisant le repère orthonormé  $(A ; B, D)$ . On cherchera dans un premier temps à déterminer les coordonnées des points de la figure.

<b>Exercice 5</b>	<b>Chapitre abordé : Fonctions trigonométriques</b>
	<b>Compétences travaillées : Chercher – calculer</b>

On considère la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = 2 \cos(x) - 1$ .

- 1- Calculer, en détaillant les calculs,  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ ;  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  et  $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ . Donner les valeurs exactes des résultats.
- 2- A l'aide de la calculatrice, conjecturer la périodicité et la parité de la fonction  $f$ .
- 3- Démontrer que la fonction  $f$  est périodique et préciser sa période.
- 4- Etudier la parité de la fonction  $f$ . Interpréter graphiquement le résultat.
- 5- Démontrer que pour tout réel  $x$ , on a :  $-3 \leq f(x) \leq 1$ .
- 6- Résoudre dans l'intervalle  $[0 ; 2\pi]$  l'équation  $f(x) = -2$ .

<b>Exercice 6</b>	<b>Chapitre abordé : Géométrie plane et équations de droite</b>
	<b>Compétences travaillées :</b>

Dans cet exercice, on se place dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O ; I, J)$ .

1<sup>ère</sup> partie :

- 1- On considère le cercle  $C$  d'équation  $x^2 + y^2 = 4$ .
  - a. Déterminer son centre et son rayon.
  - b. Déterminer l'équation cartésienne de la tangente au cercle au point d'ordonnée positive et d'abscisse 1.
- 2- On considère la parabole  $P$  d'équation  $y = x^2 - 2$ .  
Déterminer les coordonnées de son sommet et l'équation réduite de son axe de symétrie.
- 3- Déterminer, s'ils existent, les coordonnées des points d'intersection de la parabole  $P$  avec le cercle  $C$ .
- 4- Déterminer l'équation d'un cercle qui n'a aucun point d'intersection avec la parabole  $P$

2<sup>ème</sup> partie :

On considère à présent la parabole  $P_1$  d'équation  $y = x^2 + 3$  et le cercle  $C_1$  d'équation  $x^2 + (y - 1)^2 = 6$ .

- 1- Justifier que la recherche des coordonnées des éventuels points d'intersection de la parabole  $P_1$  avec le cercle  $C_1$  équivaut à résoudre le système :

$$\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ x^4 + 5x^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

- 2- On effectue un changement d'inconnue en posant  $X = x^2$ . Réécrire le système précédent en utilisant cette nouvelle inconnue puis résoudre ce système.
- 3- En déduire la réponse au problème posé.

<b>Exercice 7</b>	<b>Chapitre abordé : variations de fonctions</b>
	<b>Compétences travaillées : Calculer</b>

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes, après avoir étudié leur domaine de dérivabilité :

$$f(x) = 5x^2 - 3x + 5 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{7x^2 + 2x - 1} \quad ; \quad h(x) = \sqrt{5x + 1}$$

$$i(x) = \frac{3x+2}{4x-1} \quad ; \quad j(x) = (3x + 7)^6 \quad ; \quad k(x) = (3x + 1)\sqrt{x}$$

$$l(x) = x^2\sqrt{2x - 4} \quad ; \quad m(x) = e^{3x-1} \quad ; \quad n(x) = (3x - 2)e^{-2x}.$$

<b>Exercice 8</b>	<b>Chapitre abordé : Fonction exponentielle</b>
	<b>Compétences travaillées : chercher – calculer – raisonner – Communiquer</b>

Chaque mois, une entreprise peut extraire entre 500 et 3 000 tonnes de minerai ; ces quantités seront exprimées par la suite en milliers de tonnes. Le résultat de l'exploitation, en centaine de milliers d'euros, est modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0,5 ; 3]$  par :

$$f(x) = (6x - 4)e^{-x+2} + 2x$$

- 1-  $g$  est la fonction définie sur l'intervalle  $[0,5 ; 3]$  par :  $g(x) = (10 - 6x)e^{-x+2} + 2$ .
  - a. Déterminer  $g'(x)$  pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0,5 ; 3]$ .
  - b. Dresser le tableau de variations de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 3]$ .
  - c. Calculer  $g(2)$ .
  - d. En déduire le signe de  $g(x)$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 3]$ .
  
- 2-
  - a. Déterminer le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 3]$ .
  - b. En déduire la quantité de minerai à extraire pour obtenir un résultat d'exploitation maximum.

<b>Exercice 9</b>	<b>Chapitre abordé : Fonction exponentielle</b>
	<b>Compétences travaillées : chercher – calculer – raisonner – Communiquer</b>

On s'intéresse, dans cet exercice, à l'évolution du taux d'alcool dans le sang d'un individu après ingestion d'une boisson alcoolisée. Ce taux est donné en  $\text{g.L}^{-1}$ .

Une étude sur un jeune homme de 64 kg ayant ingéré une dose de 33 g d'alcool a permis d'établir que le taux d'alcool dans son sang, en fonction du temps  $t$  exprimé en heure, peut être modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0,025 ; +\infty[$  par :

$$f(t) = (2t - 0,05)e^{-t}$$

- 1- Un taux d'alcool dans le sang inférieur à  $0,001 \text{ g.L}^{-1}$  est considéré comme négligeable. En utilisant la calculatrice déterminer à partir de combien de temps le taux d'alcool de ce jeune homme est négligeable.
  
- 2- Démontrer que pour tout réel  $t$  de l'intervalle  $[0,025 ; +\infty[$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  est :

$$f'(t) = (2,05 - 2t)e^{-t}$$

- 3- Etudier le signe de  $f'(t)$  sur l'intervalle  $[0,025 ; +\infty[$  et en déduire une valeur exacte puis approchée au centième du taux maximum d'alcool dans le sang de ce jeune homme.