

## Fiche d'exercices – Bilan année de 2<sup>nde</sup>

### Préparation à la spécialité mathématiques en première

#### Conseils :

- ✓ Revoir le chapitre concerné par l'exercice avant de le réaliser. Il est encore temps de faire des fiches ! Elles seront très utiles pour la première et la terminale.
- ✓ Se forcer à rédiger comme pour une évaluation ou un examen.
- ✓ A l'aide du corrigé, faire le point sur les notions à revoir avant la reprise.

#### Thème 1 : Nombres et calculs

**Exercice 1.** Pour chaque question, répondre par vrai ou faux. Les réponses doivent être justifiées.

- 1- Le nombre  $\frac{41}{20}$  est un nombre décimal.
- 2- Le nombre réel  $\sqrt{26}$  appartient à l'intervalle  $]4 ; 5,099 ]$ .
- 3-  $|-5| + |4| = 1$ .
- 4- Si un nombre est un nombre décimal alors c'est un nombre rationnel.

**Exercice 2.** Les questions sont indépendantes.

- 1- Déterminer l'ensemble des réels  $x$  tels que  $x > 1$  et  $-2 \leq x < 3$ .  
Donner le résultat sous forme d'un intervalle et d'une inégalité.
- 2- Ecrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels  $x$  qui vérifient l'inégalité :  $|x - 2| < 6$ .
- 3- Traduire le fait que le réel  $x$  appartient à l'intervalle  $[-9 ; 7 ]$  par une inégalité du type  $|x - a| \leq r$ .

#### **Exercice 3.**

On considère l'expression  $A(x) = 4x^2 - 32x + 55$ .

- 1- a- Montrer, en détaillant les étapes, que les expressions suivantes sont égales à  $A(x)$ .  
Expression 1 :  $(2x - 8)^2 - 9$   
Expression 2 :  $(2x - 11)(2x - 5)$   
  
b- Utiliser alors la forme la mieux adaptée de  $A(x)$  pour calculer  $A(4)$  ,  $A\left(\frac{5}{2}\right)$  et  $A(1)$ .  
Détailler les calculs.  
  
c- Utiliser alors la forme la mieux adaptée de  $A(x)$  pour résoudre :
  - $A(x) = 0$
  - $A(x) = -9$
  - $A(x) = 55$
  - $A(x) \geq 0$
- 2- Soit  $B(x) = (x + 2)^2 - (x - 2)^2$ 
  - a- Développer et réduire  $B(x)$ .
  - b- En déduire, en écrivant vos calculs et sans utiliser la calculatrice la valeur de :  $1\ 002^2 - 998^2$ .

**Exercice 4.** Les questions sont indépendantes.

- 1- On considère l'expression suivante :  $C(x) = (2x + 3)^2 - 49$ 
  - a- Développer et réduire  $C(x)$ .
  - b- Factoriser  $C(x)$ .
  - c- Résoudre les équations suivantes :
    - $C(x) = 0$ .
    - $C(x) = -49$ .
- 2- On considère l'expression suivante :  $D(x) = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 7)$ 
  - a- Démontrer que  $D(x) = 3x^2 + 17x - 6$ .
  - b- Factoriser  $D(x)$ .
  - c- Résoudre les équations suivantes :
    - $D(x) = 0$ .
    - $D(x) = -6$ .

**Exercice 5.** Les questions sont indépendantes.

- 1- Simplifier, en détaillant les calculs :  $2\sqrt{20} + \sqrt{45} - 3\sqrt{500}$ .
- 2- Développer et simplifier, en détaillant les calculs :
  - $(5 + 3\sqrt{2})^2$
  - $(3\sqrt{5} - 2)(3 - \sqrt{5})$
  - $(\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3)$

**Exercice 6.** Les questions sont indépendantes.

- 1- Résoudre le système suivant par la méthode de substitution : 
$$\begin{cases} 5x + 3y = 9 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$
- 2- Résoudre le système suivant par la méthode de combinaison linéaire : 
$$\begin{cases} 7x - 2y = 4 \\ 6x + 3y = 5 \end{cases}$$

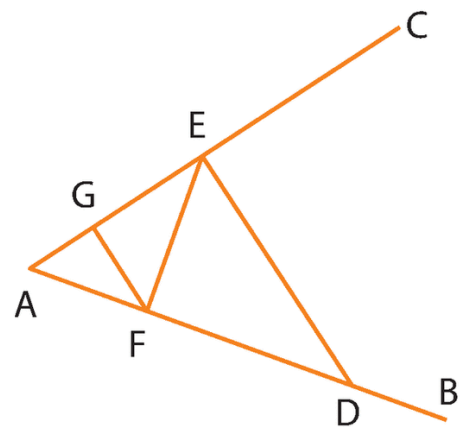
## Thème 2 : Géométrie

**Exercice 7.**

Dans la figure ci-contre, on considère les demi-droites  $[AB]$  et  $[AC]$  ainsi que les points D, E, F et G tels que :  $AD = 7,5$  ;  $AE = 4,5$  ;  $DE = 6$  et  $AF = 3$ .

De plus les droites  $(DE)$  et  $(FG)$  sont parallèles.

- 1- Montrer que le triangle AED est rectangle.
- 2- Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{EAD}$ . Arrondir au degré.
- 3- Quel est le projeté orthogonal de F sur  $(AC)$  ? Justifier la réponse.
- 4- Calculer AG et GF.
- 5- Calculer l'aire du triangle AFG.



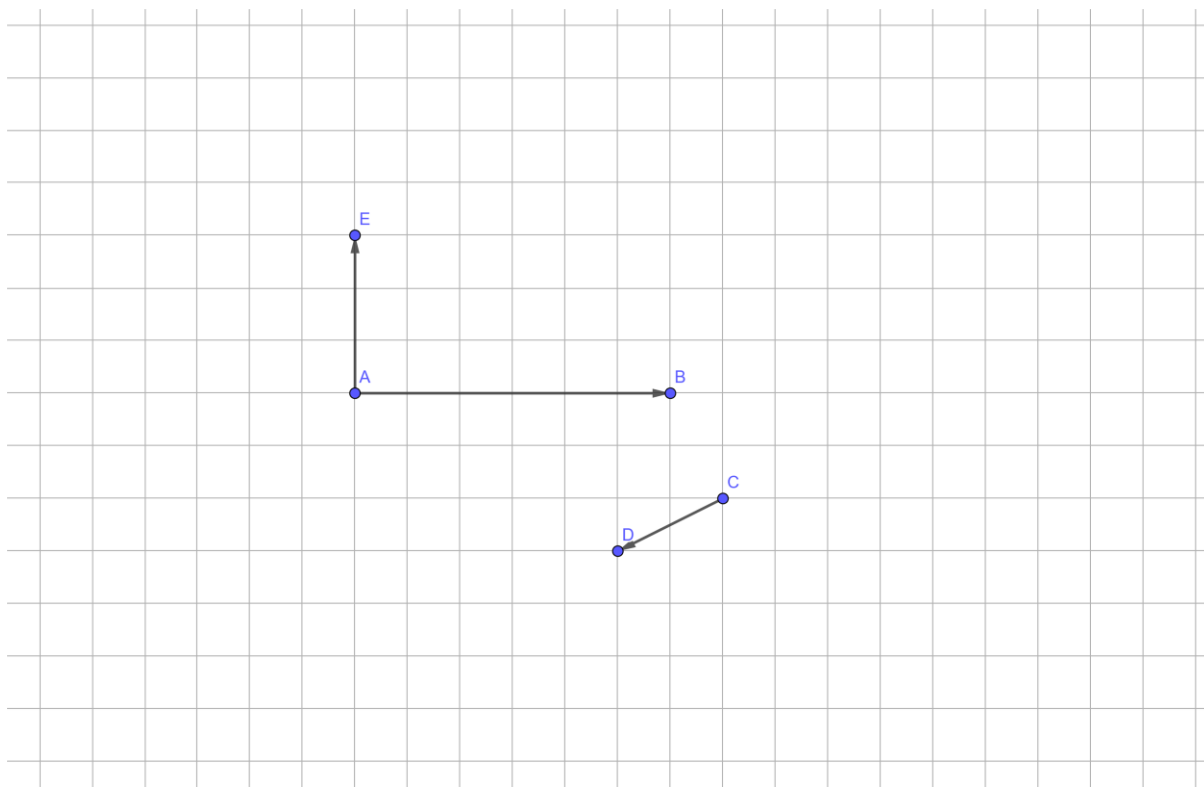
### Exercice 8.

Dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points :

$$A(2 ; 3) \quad ; \quad B(9 ; 4) \quad ; \quad C(4 ; -1) \quad \text{et} \quad D(7 ; 3)$$

1. Calculer la longueur AB.  
Donner la valeur exacte du résultat.
2. Calculer les coordonnées du point M milieu du segment [AC].
3. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{BC}$ .
4. Les points B, M et D sont-ils alignés ?
5. Le triangle ABC est-il isocèle en B ?
6. Calculer les coordonnées du point E tel que ABCE soit un losange.

### Exercice 9.



- 1- Placer le point F tel que  $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$ .
- 2- Placer le point G tel que  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  et le point H tel que  $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ .
- 3- a- Compléter l'égalité suivante en utilisant la relation de Chasles :  $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AG}$   
b- En déduire que  $\overrightarrow{HG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EB}$ .  
c- Que peut-on dire des droites (HG) et (EB) ? Justifier votre réponse.

**Exercice 10.** Les questions sont indépendantes.

- Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(d)$  de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$  passant par  $A(-3; 1)$ .
  - Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$  avec  $A(1; -4)$  et  $B(3; 2)$ .
  - En déduire l'équation réduite de  $(AB)$ .
- Déterminer l'équation réduite de la droite  $(CD)$  telle que  $C(-2; 3)$  et  $D(2; 1)$ .
  - Le point  $E(-1; 0)$  appartient-il à la droite  $(CD)$  ?
- Dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , tracer les droites  $d_1, d_2, d_3$  et  $d_4$  d'équations respectives :
$$y = 2x + 3, \quad y = 4, \quad x = 3 \quad \text{et} \quad 2x - 3y + 5 = 0$$

### Thème 3 : Fonctions

**Exercice 11.**

Pour chaque affirmation répondre par vrai ou faux. Les réponses doivent être justifiées.  
On considère ci-dessous le tableau de variation d'une fonction  $g$ .

$x$	-5	0	1	8
$g$	1	0	4	-6

- Affirmation 1 :** L'ensemble de définition de  $g$  est  $[-6; 1]$ .
- Affirmation 2 :** 0 possède deux antécédents par la fonction  $g$ .
- Affirmation 3 :**  $g(-4) \geq g(-3)$ .
- Affirmation 4 :** Le maximum de  $g$  sur  $[-5; -\frac{1}{2}]$  est 4.
- Affirmation 5 :** La fonction  $g$  est croissante sur l'intervalle  $[0; 4]$ .

**Exercice 12.**

On considère la fonction  $g$  définie sur  $[-8; 8]$  par  $g(x) = -3x^2 + 2$ .

- Démontrer que  $g$  est croissante sur  $[-8; 0]$  puis décroissante sur  $[0; 8]$ .
- Etudier la parité de la fonction  $g$ .
- Donner un encadrement de  $g(x)$  quand  $-3 < x < 2$ .

**Exercice 13.**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0; 30]$  par  $f(x) = 2\sqrt{x} - 6$ .

- Démontrer que  $f$  est croissante.
- Calculer l'image de 16 par  $f$ .
- Déterminer l'antécédent de 16 par  $f$ .

### Exercice 14.

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 3 - \frac{2}{x}$

- 1- Quel est le domaine de définition de la fonction  $f$  ?
- 2- Etudier les variations de la fonction  $f$  sur son domaine de définition.
- 3- Quelle est l'image de 3 par  $f$  ? L'image de  $\frac{1}{5}$  par  $f$  ?
- 4- Donner un encadrement de  $f(x)$  quand  $-2 < x < -1$ .

### Exercice 15.

On considère la fonction  $f$  dont on dispose de la représentation graphique dans le repère ci-dessous.

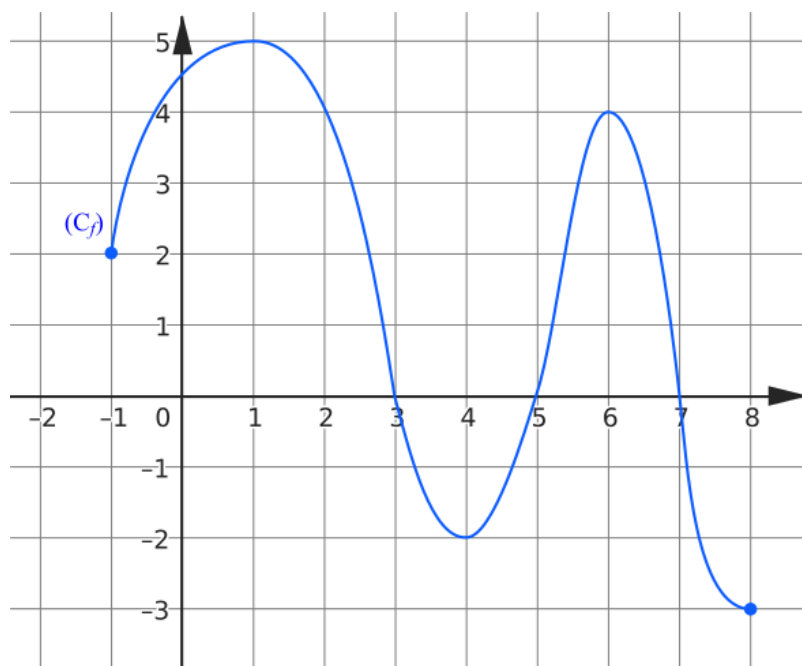


Figure 1

#### Partie A :

- 1- Quel est le domaine de définition de la fonction  $f$  ?
- 2- Quelle est l'image de 2 par la fonction  $f$  ?
- 3- Donner le(s) antécédent(s) de 2 par la fonction  $f$ .
- 4- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq -1$ .
- 5- Construire le tableau de signes de la fonction  $f$ .
- 6- Construire le tableau de variations de la fonction  $f$ .
- 7- Quels sont les extremums de la fonction  $f$ .

#### Partie B :

Dans cette partie, on considère la fonction affine  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  telle que  $g(-3) = -11$  et  $g(5) = 13$

- 1- Déterminer, par le calcul, l'expression de la fonction  $g$ .
- 2- Dans cette question, on admet que l'expression de cette fonction est :  $g(x) = 3x - 2$ .  
Construire sur la figure 1 ci-dessus, dans le même repère que la fonction  $f$ , la représentation graphique de la fonction  $g$ .
- 3- Établir le tableau de signes de la fonction  $g$ .

## Thème 4 : Statistiques et probabilités

### Exercice 16.

Le rythme cardiaque au repos des élèves d'une classe de Seconde a été relevé lors d'une séance de TP de SVT. Les résultats sont synthétisés dans le tableau ci-dessous.

Rythme cardiaque (en bpm*)	72	73	75	77	78	79	80	82	84	85	88	90
Effectifs	2	3	2	1	5	4	6	2	4	3	1	1
ECC												

\* bpm = battements par minutes

- 1- Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants.
- 2- Calculer, en justifiant, le rythme cardiaque moyen. Arrondir au dixième.
- 3- Quelle est l'étendue de cette série statistique ?
- 4- L'affirmation : « Au moins 25 % des élèves ont un rythme cardiaque inférieur à 77 bpm. » est-elle vraie ?
- 5- Déterminer, en justifiant, la médiane puis les premier et troisième quartiles de cette série.
- 6- Quel est le pourcentage d'élèves qui ont un rythme cardiaque d'au moins 84 bpm ? Arrondir au centième.
- 7- En utilisant le mode « statistiques » de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de la variance de cette série et en déduire la valeur arrondie au centième de l'écart type.

### Exercice 17.

Pour chaque question trouver la (les) bonne(s) réponse(s). Les réponses doivent être justifiées.

1- Après une augmentation de 25 %, pour revenir au prix de départ, il faut :

- a) diminuer de 25 €      b) diminuer de 25 %      c) diminuer de 20 %      d) diminuer de 1,25

2- Pour calculer directement le résultat après 5 diminutions de 40 %, je multiplie par :

- a)  $5 \times 0,6$       b)  $5 + 0,6$       c)  $\frac{0,6}{5}$       d)  $0,6^5$

3- Un article coûte actuellement 369,60 €. Sachant qu'il avait subi une augmentation de 10 % puis une baisse de 20 %, son prix initial était :

- a) 399,20 €      b) 406,60 € environ      c) 420 €      d) 332,60 €

4- Passer de 75 € à 84 €, c'est une augmentation de :

- a) 112 %      b) 12 %      c) 10,7 % environ      d) 89,3 % environ

5- 60 % des ventes d'un concessionnaires sont des voitures familiales. Parmi celles-ci, 20 % sont de couleur blanche. La proportion de voitures familiales blanches parmi les ventes de ce concessionnaire est :

- a) 80 %      b) 12 %      c) 15 %      d) 40 %

### Exercice 18.

Dans un jardin, on a seulement des tulipes et des roses rouges ou jaunes. On cueille une fleur au hasard. On définit les événements : R : « La fleur est rouge » et T : « La fleur est une tulipe »

- 1- En utilisant les événements définis ci-dessus ainsi que les notations d'événements contraires, d'union ou d'intersection d'événements, traduire les événements suivants :
  - a- « La fleur est une tulipe rouge ».
  - b- « La fleur est jaune ou est une rose ».
- 2- Décrire par une phrase les événements suivants :
  - a-  $\bar{T} \cup R$
  - b-  $\bar{R} \cap T$

**Exercice 19.**

Un dé dodécaédrique comporte 12 faces numérotées de 1 à 12. On suppose que ses faces ont chacune la même probabilité de sortie. On jette le dé et on note le nombre écrit sur la face supérieure du dé. On considère les événements :

- A : « Le nombre obtenu est pair » ;
- B : « Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 9 » ;
- C : « Le nombre obtenu est strictement inférieur à 6 ».

1- Donner la liste des issues possibles des événements :

$$\triangleright A \cap B$$

$$\triangleright B \cup C$$

$$\triangleright A \cup \bar{C}$$

$$\triangleright B \cap \bar{C}$$

2- Calculer les probabilités des événements de la question 1.

**Exercice 20.**

La direction d'un établissement scolaire fait le point sur les élèves inscrits en demi-pension :

- L'établissement compte 850 élèves ;
- Il y a 213 élèves inscrits au régime « externe » ;
- Les filles représentent 52 % des élèves de cet établissement scolaire ;
- 75% des garçons de cet établissement scolaire sont au régime « demi-pensionnaire ».

1- Compléter le tableau ci-dessous :

	Garçons	Filles	Total
Externe			
Demi-pensionnaire			
Total			

2- On considère les événements :

- G : « L'élève est un garçon »
- E : « L'élève est inscrit au régime « externe » »

Déterminer la probabilité des événements : (donner les résultats sous forme de fractions)

$$\bullet \bar{G} \cap E$$

$$\bullet G \cup \bar{E}$$

**Exercice 21.**

Un événement sportif regroupe des élèves de seconde pratiquant le foot et le hand.

On choisit au hasard un élève de parmi les élèves de seconde et on note :

F : « L'élève choisi pratique le foot » et H : « L'élève choisi pratique le hand ».

On donne les probabilités suivantes :  $P(F) = 0,28$   $P(H) = 0,22$  et  $P(\overline{F \cup H}) = 0,6$ .

On sait que 30 élèves de seconde pratiquent le foot et le hand. Déterminer le nombre d'élèves de seconde de cet établissement.