

Liste des attendus en mathématiques à l'entrée de la classe de seconde

Lycée Simone Veil – GIGNAC

Thème 1 : Nombres et calculs

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Calculer à la main avec les nombres rationnels, simplifier sous forme irréductible un résultat

Exemple : Calculer, en détaillant les calculs : $A = \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$ et $B = \frac{10}{9} \div \frac{5}{12}$.

Réponses :

$$A = \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{6}{5}$$

$$A = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{6 \times 3}{5 \times 3}$$

$$A = \frac{5}{15} + \frac{18}{15}$$

$$A = \frac{23}{15}$$

$$B = \frac{10}{9} \div \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{10}{9} \times \frac{12}{5}$$

$$B = \frac{10 \times 12}{9 \times 5}$$

$$B = \frac{120}{45}$$

$$B = \frac{120 \div 3}{45 \div 3}$$

$$B = \frac{40}{15}$$

$$B = \frac{40 \div 5}{15 \div 5}$$

$$B = \frac{8}{3}$$

Simplifier rapidement des expressions comprenant des puissances

Exemple :

1. Ecrire sous la forme d'un produit de puissances : $C = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$.
2. Ecrire sous la forme a^n le calcul $D = 5^3 \times 5^4$.
3. Ecrire sous la forme a^n le calcul $E = 4^7 \times 4^{-2}$.

Réponses :

$$C = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$C = 3^4 \times 5^6$$

$$D = 5^3 \times 5^4$$

$$D = (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$$

$$D = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$D = 5^7$$

$$E = 4^7 \times 4^{-2}$$

$$E = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times \frac{1}{4^2}$$

$$E = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4}$$

$$E = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$E = 4^5$$

Remarque : en 2GT, nous verrons des formules qui permettent d'aller plus vite. Peut-être certains les ont déjà vues.

Exemple :



La matière est composée d'atomes très petits. En chimie, on les "regroupe" souvent par paquets de $6,022 \times 10^{23}$ atomes : les chimistes appellent cela une **mole**. Un atome de carbone a une masse d'environ $1,99 \times 10^{-23}$ g.

- 1) Une mole contient-elle plus de 1 milliard d'atomes ? Justifier.
- 2) La masse d'un atome de carbone est-elle négative ? Justifier.
- 3) Quelle est la masse d'une mole de carbone ?
- 4) Combien faut-il d'atomes pour obtenir 100 g de carbone ?

Réponses :

- 1) Une mole contient plus de 1 milliard d'atomes. En effet, le nombre d'atomes dans une mole est $6,022 \times 10^{23}$. Or 1 milliard, soit 1 000 000 000, peut s'écrire sous forme scientifique 1×10^9 et cette quantité est inférieure à $6,022 \times 10^{23}$ (comparaison des exposants pour comparer les écritures scientifiques).
Remarque : l'écriture décimale de $6,022 \times 10^{23}$ qui est 602 200 000 000 000 000 000 000 permet de mieux percevoir que $6,022 \times 10^{23}$ est gigantesque par rapport à 1 milliard.
- 2) La masse d'un atome de carbone n'est pas négative. D'une façon générale, une masse est toujours positive. Et $1,99 \times 10^{-23} = 1,99 \times \frac{1}{10^{23}}$ qui est un produit de nombres positifs.
(Ne pas se laisser berner par l'exposant négatif).
- 3) La masse d'une mole de carbone est égale au nombre d'atomes de carbone multiplié par la masse d'un atome de carbone. C'est donc : $(6,022 \times 10^{23}) \times (1,99 \times 10^{-23})$.
La calculatrice donne environ 11,98 g.
Remarque culturelle : en réalité, la définition d'une mole est le nombre d'atomes de carbone qu'il faut pour avoir 12 g de carbone. On ne retrouve pas exactement 12 g à cause des arrondis pour le nombre d'atomes et la masse d'un atome de carbone.
- 4) Pour avoir le nombre d'atomes, il faut diviser la masse totale par la masse d'un atome. C'est : $100 \div (1,99 \times 10^{-23})$. La calculatrice donne $5,02 \times 10^{24}$.
Il faut donc $5,02 \times 10^{24}$ atomes de carbone pour atteindre 100 g.

Utiliser le calcul littéral

Développer et réduire des expressions algébriques par simple et double distributivité

Exemples :

- Développer : $G = -4y(2y + 7)$
- Développer : $H = (2x + 1)(3 + x)$

Réponses :

$$G = -4y(2y + 7)$$

$$G = (-4y) \times 2y + (-4y) \times 7$$

$$G = -8y^2 - 28y$$

$$H = (2x + 1)(3 + x)$$

$$H = 2x \times 3 + 2x \times x + 1 \times 3 + 1 \times x$$

$$H = 6x + 2x^2 + 3 + x$$

$$H = 2x^2 + 7x + 3$$

Factoriser des expressions algébriques

Exemple : Factoriser $J = 16x^2 - 9x$

$$K = 16x^2 - 9$$

Réponses :

$$J = 16x^2 - 9x$$

$$J = x \times 16x - x \times 9$$

$$J = x(16x - 9)$$

$$K = 16x^2 - 9$$

$$K = (4x)^2 - 3^2$$

$$K = (4x - 3)(4x + 3)$$

Résoudre des équations du 1^e degré, des équations produit et des équations de la forme $x^2 = a$

Exemple :

- Résoudre $6h - 8 + 2h = 3h + 2 - 7h$
- Résoudre $(3x - 2)(7x + 3) = 0$
- Résoudre $x^2 = 54$

Réponses :

$$6h - 8 + 2h = 3h + 2 - 7h$$

$$8h - 8 = -4h + 2$$

$$8h - 8 + 4h = -4h + 2 + 4h$$

On a additionné $4h$ aux deux membres de l'équation

$$12h - 8 = 2$$

$$12h - 8 + 8 = 2 + 8$$

On a additionné 8 aux deux membres de l'équation

$$12h = 10$$

$$\frac{12h}{12} = \frac{10}{12}$$

On a divisé les deux membres de l'équation par 12

$$h = \frac{5}{6}$$

On a simplifié l'écriture fractionnaire $\frac{10}{12}$ par 2

La seule solution à cette équation est donc : $\frac{5}{6}$.

2. $(3x - 2)(7x + 3) = 0$

C'est une équation produit nul car un membre est un produit et l'autre membre est 0 .

Ses solutions sont donc celles des équations :

Soit $3x - 2 = 0$ soit $7x + 3 = 0$

Soit $3x = 2$ soit $7x = -3$

C'est-à-dire $x = \frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{3}{7}$

Les solutions de $(3x - 2)(7x + 3) = 0$ sont donc $\frac{2}{3}$ et $-\frac{3}{7}$.

3.

$$x^2 = 54$$

$$x^2 - 54 = 54 - 54$$

$x^2 - 54 = 0$ or $54 = \sqrt{54}^2$ donc cette équation a les mêmes solutions que

$x^2 - \sqrt{54}^2 = 0$ Le membre de gauche est de la forme $a^2 - b^2$, on peut factoriser.

$$(x - \sqrt{54})(x + \sqrt{54}) = 0$$

C'est une équation produit nul car un membre est un produit et l'autre membre est 0.

Ses solutions sont donc celles des équations :

$$\begin{array}{l|l|l} x - \sqrt{54} = 0 & x - \sqrt{54} + \sqrt{54} = 0 + \sqrt{54} & x = \sqrt{54} \\ x + \sqrt{54} = 0 & x + \sqrt{54} - \sqrt{54} = 0 - \sqrt{54} & x = -\sqrt{54} \end{array}$$

Les solutions sont donc $\sqrt{54}$ et $-\sqrt{54}$

Résoudre des problèmes se ramenant à des équations du 1^e degré

Exemple Un grand-père partage entre ses trois petits-enfants la somme de 750 €.

Leila reçoit le double de Marc moins la somme de 250 €.

Stéphanie obtient le triple de Marc moins la somme de 500 €.

Quelle est la part de chacun ?



Réponse :

Soit m la somme en euro que reçoit Marc.

Leila reçoit donc $(2m - 250)$ € et Stéphanie obtient $(3m - 500)$ €.

La somme de l'argent reçu par les trois petits enfants est 750 €.

Donc m est une solution de l'équation : $m + (2m - 250) + (3m - 500) = 750$

Résolvons cette équation :

$$m + (2m - 250) + (3m - 500) = 750$$

$$m + 2m - 250 + 3m - 500 = 750$$

$$6m - 750 = 750$$

$$6m - 750 + 750 = 750 + 750$$

$$6m = 1500$$

$$6m \div 6 = 1500 \div 6$$

$m = 250$ La seule solution de l'équation est 250.

Donc Marc reçoit 250 €, Leila reçoit $2 \times 250 \text{ €} - 250 \text{ €} = 250 \text{ €}$ et Stéphanie obtient $3 \times 250 \text{ €} - 500 \text{ €} = 250 \text{ €}$.

Thème 2 : Organisation et gestion de données, fonctions

Interpréter, représenter et traiter des données

Calculer des effectifs et des fréquences en statistiques

Exemple : On a lancé un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6 vingt fois. On a obtenu les résultats suivants :

1 ; 6 ; 4 ; 3 ; 1 ; 5 ; 1 ; 3 ; 5 ; 4 ; 1 ; 1 ; 4 ; 6 ; 6 ; 3 ; 6 ; 2 ; 5 ; 3

1. Quel est l'effectif total de cette série statistique ?
2. Donner l'effectif, puis calculer la fréquence, d'apparition de la face 6.

Réponse :

1. L'effectif total est 20 car il y a 20 nombres dans la série.
2. L'effectif des 6 est 4 car la valeur 6 apparaît quatre fois dans la série. La fréquence des 6 est donc $\frac{4}{20}$ que l'on peut écrire $\frac{1}{5}$ ou 0,2 ou 20 %.

Lire, interpréter et représenter des données présentées dans un tableau, diagrammes en bâtons ou de diagrammes circulaires

1. En météorologie, on appelle insolation le nombre d'heures de soleil.
Voici des relevés de la station de météo de Voglans en Savoie donnant des informations sur l'insolation du mois de Juillet de ces dernières années.
Calculer l'insolation moyenne et l'insolation médiane.

Années	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Insolations (en h)	324	325	257	234	285	261	213	226	308	259

2. Lors de la fabrication d'un lot de fromages de chèvre, on a relevé la masse (en grammes) de chacun d'eux.

On obtient ainsi la série statistique représentée par le tableau ci-dessous :

Masse (en g)	36	38	40	42
Effectif	12	24	14	2

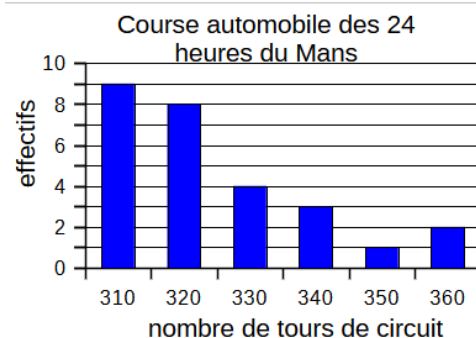
- a. Établir la moyenne et la médiane de cette série.
- b. Quelle est, en pourcentage, la fréquence des fromages de 40 g ?

3. La course automobile des 24 heures du Mans consiste à effectuer en 24 heures le plus grand nombre de tours d'un circuit.

Le diagramme en bâtons ci-contre donne la répartition du nombre de tours effectués par les 25 premiers coureurs automobiles de cette course d'endurance.

Déterminer la médiane et la moyenne de cette série.

(Les méthodes utilisées devront apparaître).



Réponses :

$$1. \frac{324+325+257+234+285+261+213+226+308+259}{10} = \frac{2692}{10} = 269,2$$

L'insolation moyenne est d'environ 269 h.

Pour obtenir la médiane, classons les valeurs dans l'ordre croissant :

213 ; 226 ; 234 ; 257 ; 259 ; 261 ; 285 ; 308 ; 324 ; 325

La série comporte 10 valeurs. Or $10 \div 2 = 5$, donc la médiane est située entre la 5^{ème} et la 6^{ème} valeur de la liste donc entre 259 et 261 comme 259.

Remarque : d'autres réponses sont possibles selon la méthode travaillée en classe : par exemple 260 ou 261. En réalité, tout nombre entre 259 et 261 inclus est une médiane.

2.

a. La masse moyenne d'un fromage est $\frac{36 \times 12 + 38 \times 24 + 40 \times 14 + 42 \times 2}{12 + 24 + 14 + 2} = \frac{1988}{52} \approx 38$

Par ailleurs, on a : $\frac{52}{2} = 26$ donc la masse médiane est la masse située entre 26^{ème} et le 27^{ème} terme de la série rangée dans l'ordre croissant.

Or, les termes du premier au douzième sont égaux à 36 et ceux du 13^{ème} au 36^{ème} sont égaux à 38. Donc la masse médiane est 38.

Remarquons qu'ici, 38 est la seule masse médiane.

b. La fréquence des fromages de 40 g est $\frac{14}{52} = \frac{7}{26}$

3. Le diagramme se traduit par le tableau :

Nombre de tours	310	320	330	340	350	360
Effectif	9	8	4	3	1	2

On retombe sur un exercice similaire au précédent. On trouve que le nombre de tours moyen est environ 324 et le nombre de tours médian est 320 (comme la moitié de l'effectif est $27/2=13,5$ qu'on arrondit par excès à 14, la médiane est le 14^{ème} nombre de la série).

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

Déterminer les issues possibles d'une expérience aléatoire

Exemple :

Une urne contient des boules numérotées rouges, vertes et bleues sur lesquelles sont inscrits les nombres 1, 2 et 3. Je réalise l'expérience aléatoire consistant à tirer une boule au hasard et à regarder sa couleur.

- Quelles sont les issues possibles de cette expérience ?
- Rappeler comment est appelé l'ensemble de toutes ces issues.

Réponse :

- a. Les issues sont « rouge », « verte », « bleue ».
- b. L'ensemble de toutes les issues est appelé l'univers.

Calculer des probabilités pour des expériences aléatoires simples à une ou deux épreuves.

Exemple :



1. Je lance 6 fois une pièce. J'ai obtenu « pile », « pile », « face », « face », « pile », « pile ». Ai-je plus de chance d'obtenir un « pile » ou un « face » au tirage suivant ?

2. Dans une loterie, une roue est divisée en neuf secteurs identiques numérotés de 1 à 9. On fait tourner cette roue et un pointeur s'arrête, au hasard, devant l'un des secteurs. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

3. Dans un tiroir, j'ai 2 pantalons rouges, 3 pantalons blancs et 5 pantalons bleus. Sur l'étagère, j'ai 4 chemises blanches et 3 chemises rouges. Je prends au hasard un pantalon dans le tiroir et une chemise sur l'étagère. Quelle est la probabilité qu'ils soient de la même couleur ?

Réponses :

1. La probabilité d'obtenir un « pile » au prochain tirage est $\frac{1}{2}$ car elle est indépendante des tirages précédents.
2. Il y a 4 nombres pairs (2 ; 4 ; 6 ; 8) parmi les neuf nombres. Comme il y a équiprobabilité (car les secteurs sont identiques), la probabilité est donc $\frac{4}{9}$.
3. Je fais un tableau d'effectif :

Couleur de la chemise 	Rouge (3)	Blanc (4)
 Couleur du pantalon		
Rouge (2)	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 4 = 8$
Blanc (3)	$3 \times 3 = 9$	$3 \times 4 = 12$
Bleu (5)	$5 \times 3 = 15$	$5 \times 4 = 20$

Ainsi il y a 6 façons d'avoir l'issue (chemise rouge ; pantalon rouge).

Il y a $6 + 12 = 18$ façons d'avoir des issues qui correspondent à l'événement « avoir une chemise et un pantalon de la même couleur » alors qu'il y a $6+8+9+12+15+20 = 70$ façons de réaliser toutes les issues.

La probabilité est donc égale à $\frac{18}{70} = \frac{9}{35}$

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Utiliser le lien entre pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur.

Exemple :

1. Calculer le prix d'un réfrigérateur affiché 352 € et sur lequel on consent une remise de 25 %.
2. Un téléviseur vous a coûté 315 € parce qu'on vous a fait une remise de 25 % sur le prix initial. Quel était le prix initial de ce téléviseur ?
3. Au musée du jouet, le prix d'entrée est 5 € pour un adulte et 4 € pour un enfant. Calculer le pourcentage de réduction consenti sur le prix d'entrée « enfant » par rapport au prix d'entrée « adulte ».

Réponses :

1. Diminuer de 25 % revient à multiplier par $\frac{100-25}{100} = 0,75$.
Le nouveau prix est donc $352 \text{ €} \times 0,75 = 264 \text{ €}$.
Remarque : il y a d'autres façons de faire.
2. Diminuer de 25 % revient à multiplier par $\frac{100-25}{100} = 0,75$. Donc pour retrouver le prix de départ, il faut diviser par 0,75. L'ancien prix est donc $315 \text{ €} \div 0,75 = 420 \text{ €}$.
3. Pour passer de 5 € à 4 €, on a multiplié par $4 \div 5 = 0,8$.
Donc si p est le pourcentage de réduction, $\frac{100-p}{100} = 0,8$ donc $100 - p = 80$ donc $-p = -20$ donc $p = 20$. Il s'agit d'une réduction de 20 %.

Modéliser une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire.

Exemple :

Un magasin décide d'accorder une remise de 40 % sur la vente de ses vêtements d'été.

1. Combien sera vendu un pantalon dont le prix était de 60 € ?
2. Soit le prix d'un autre vêtement, exprimer son prix $p(x)$ après réduction, en fonction de x .
3. Quelle est la nature de la fonction p ?
4. Quel est le coefficient de cette fonction ?

Réponse :

1. Diminuer de 40 % revient à multiplier par $\frac{100-40}{100} = 0,6$. Le nouveau prix du pantalon est donc $60 \text{ €} \times 0,6 = 36 \text{ €}$.
2. Le prix après réduction sera $p(x) = 0,6 x$.
3. $p(x)$ est de la forme $a x$, donc p est linéaire.
4. Le coefficient de p est le nombre par lequel est multiplié x , c'est 0,6.

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Déterminer, à partir de tous les modes de représentation, l'image d'un nombre

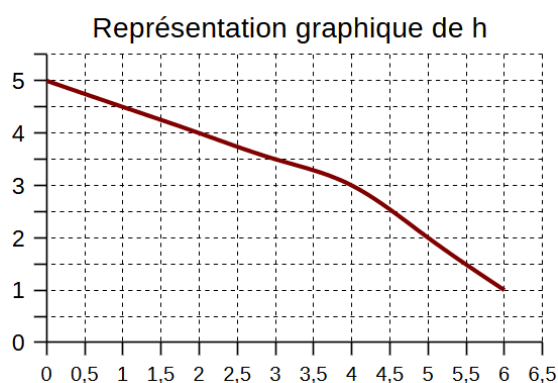
Exemple :

On considère les fonctions suivantes :

- La fonction $f: x \mapsto 2x + 5$. (Remarque, c'est la même chose que $f(x) = 2x + 5$.)
- La fonction g dont un tableau de valeurs est indiqué ci-dessous :

x	- 1	0	1	2	3
$g(x)$	2	1	6	5	2

- La fonction h dont la représentation graphique est tracée ci-dessous



- 1) a. Quelle est l'image par f de 1 ?
b. Quelle est la valeur de $f(-3)$?
c. Compléter l'écriture : $f: 0 \mapsto \dots\dots\dots$

2) Quelle est l'image par g de 1 ?

3) Quelle est l'image par h de 3 ?

Réponses :

1a. L'image de 1 est $f(1) = 2 \times 1 + 5 = 7$.

1b. $f(-3) = 2 \times (-3) + 5 = -1$

1c. Les pointillés remplacent l'image de 0, c'est donc $f(0) = 2 \times 0 + 5 = 5$

2. L'image de 1 est le nombre sur la seconde ligne (ligne des images) quand 1 est sur la première ligne (ligne des antécédents). Donc l'image de 1 par g est 6.

3. Pour avoir l'image de 3, je cherche le point de la représentation graphique de h qui a pour abscisse 3. L'image de 3 est l'ordonnée de ce point. C'est 3,5.

Déterminer un antécédent à partir d'une représentation graphique ou d'un tableau de valeurs d'une fonction

Exemple : En utilisant les fonctions g et h de l'exercice précédent,

1. Donner un antécédent de 2 par g .
2. Donner un antécédent de 3 par h .

Réponses

1. Les antécédents de 2 sont les nombres de la première ligne quand il y a un 2 sur la seconde ligne. Donc -1 est un antécédent de 2 par g . (Remarque : 3 est aussi une réponse correcte).
2. Les antécédents par h de 3 sont les abscisses des points de la représentation graphique de h qui ont pour ordonnée 3. Donc 4 est un antécédent de 3.

Déterminer de manière algébrique l'antécédent par une fonction, dans des cas se ramenant à la résolution d'une équation du premier degré.

Exemple :

Quels sont les antécédents de 10 par la fonction $f: x \mapsto 2x + 5$?

Réponse :

Je cherche x tel que $f(x) = 10$, soit $2x + 5 = 10$

$$2x + 5 - 5 = 10 - 5$$

$$2x = 5$$

$$2x \div 2 = 5 \div 2$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Le seul antécédent de 10 par f est donc $\frac{5}{2}$

Représenter graphiquement une fonction linéaire, une fonction affine

Exemple :

Tracer la représentation graphique de $f: x \mapsto 0,5x + 2$.

Réponse :

Étape 1 : passer de l'expression algébrique à un tableau de valeur.

Comme on sait que la représentation graphique est une droite, deux colonnes (ou trois avec une pour vérifier) suffisent.

Sur la première ligne, on écrit les nombres que l'on veut. Puis on calcule les images sur la seconde ligne.

x	-2	0	4
$f(x)$	$0,5 \times (-2) + 2$ $= 1$	$0,5 \times 0 + 2$ $= 2$	$0,5 \times 4 + 2$ $= 4$

Étape 2 : passer du tableau de valeurs au graphique.

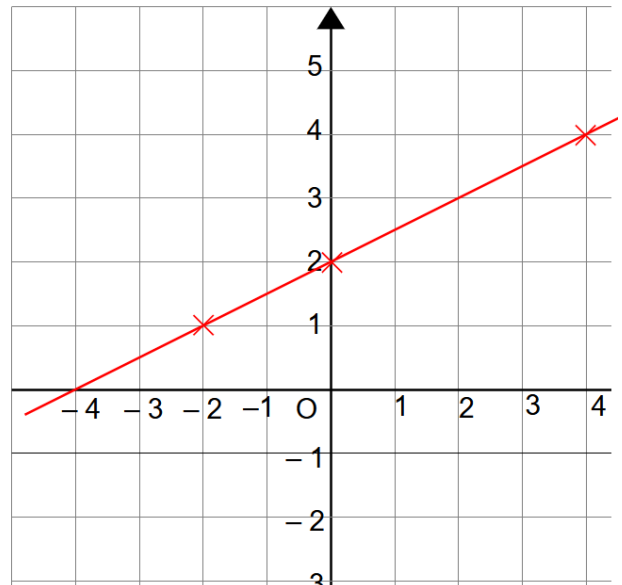
Dans un repère, on place les points qui correspondent aux colonnes du tableau. Un point par colonne,

- la première ligne est l'abscisse,
- la seconde l'ordonnée.

Ici, on place donc le point $(-2 ; 1)$
puis le point $(0 ; 2)$ et enfin le point $(4 ; 4)$.

Étape 3 : Terminer le tracé.

On trace à la règle la droite qui passe par les points placés. C'est la représentation graphique de la fonction affine.



Comparer :

- si la fonction est linéaire, 2 points maximum et on trace à la règle la droite qui passe par ces points et l'origine.
- sinon si la fonction est affine, 3 points maximum et on trace à la règle la droite qui passe par ces points.
- sinon, la fonction est quelconque, au moins 5 points et on relie à main levée.

Commentaire sur le nombre de points. Chaque colonne donne un point. Deux points suffisent. Le troisième sert à vérifier qu'on ne s'est pas trompé : les trois points doivent être alignés.

Modéliser un phénomène continu par une fonction affine

Exemple :

Vide, un flacon A a une masse de 50 grammes. On verse dans ce flacon un liquide dont chaque centilitre pèse 10 grammes.

On désigne par x le volume en centilitres du liquide versé et par M la masse totale correspondante en grammes du flacon.

- 1) On appelle f la fonction permettant de connaître la masse du liquide versé dans le flacon en fonction du nombre x de centilitres versés.
- 2) Quelle est la nature de la fonction f ? Donner ses éléments caractéristiques.
- 3) On appelle g la fonction permettant de connaître la masse totale du flacon en fonction du nombre x de centilitres versés.
- 4) Quelle est la nature de la fonction g ? Donner ses éléments caractéristiques.

Réponses :

1. $f(x) = 10x$
2. f est linéaire de coefficient 10. (Rappel : il serait mathématiquement correct de dire que f est affine, mais quand on demande la nature, il faut donner celle qui est la plus précise.)
3. $g(x) = 10x + 50$
4. g est affine de coefficient 10 et d'ordonnée à l'origine 50.

Utiliser les notations et le vocabulaire fonctionnels.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1.	Dans l'écriture $f(3) = 5$, 3 est ...	L'image	L'antécédent	La fonction	Un point
2.	Dans l'écriture $f(3) = 5$, 5 est ...	L'image	L'antécédent	La fonction	Un point
3.	Dans l'écriture $f(3) = 5$, f est ...	L'image	L'antécédent	La fonction	Un point
4.	Dans l'écriture $f: 3 \mapsto 5$, 3 est ...	L'image	L'antécédent	La fonction	Un point
5.	Dans l'écriture $f: 3 \mapsto 5$, 5 est ...	L'image	L'antécédent	La fonction	Un point
6.	Dans l'écriture $f: 3 \mapsto 5$, f est ...	L'image	L'antécédent	La fonction	Un point

Réponses : 1B 2A 3C 4B 5A 6C

Thème 3 : Grandeurs et mesures

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

Calculer un volume

Exemple :

1) Un lavoir est un bassin rectangulaire dans lequel nos arrière-grands-parents rinçaient la lessive. Si un lavoir a pour longueur 3 m, pour largeur 1,5 m et pour hauteur 0,70 m, quel est son volume en mètres cubes ? En litres ?

2) Un tas de sable représente un cône dont la base a un diamètre de 10 mètres et la hauteur mesure 2,5 mètres. Quel est le volume de sable ? (Arrondi au dixième).

3) Calculer le volume d'une pyramide à base carrée dont le côté mesure 7 dm et la hauteur est de 9 dm.

Réponses :

1) Volume du bassin : $3 \text{ m} \times 1,5 \text{ m} \times 0,7 \text{ m} = 3,15 \text{ m}^3$

$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ ml}$ donc le volume du bassin est de $3,15 \times 1000 \text{ l} = 3150 \text{ l}$.

2) Le rayon de la base du cône est : $R = \frac{10 \text{ m}}{2} = 5 \text{ m}$

L'aire de la base est : $B = \pi \times (5 \text{ m})^2 = 25\pi \text{ m}^2 \approx 78,54 \text{ m}^2$

Le volume du cône est donc : $V = \frac{25\pi \text{ m}^2 \times 2,5 \text{ m}}{3} \approx 65,45 \text{ m}^3$

3) L'aire de la base est : $(7 \text{ dm})^2 = 49 \text{ dm}^2$

Le volume de la pyramide est donc de $\frac{49 \text{ dm}^2 \times 9 \text{ dm}}{3} = 147 \text{ dm}^3$

Résoudre des problèmes utilisant les conversions d'unités sur des grandeurs composées.

Exemple :

- 1) Une aiguille se déplace à la vitesse de 60 tours / heure. Quelle est sa vitesse en degré par seconde
- 2) Les chutes du Niagara ont un débit de 160 000 m³/min. Quel est leur débit en litres/sec ?
- 3) Un solide a un volume de 5 dm³. Quelle est la mesure de son volume en cm³ ?
- 4) Convertir 15 kW.h en Joules (rappel : 1 Joule = 1 W.s)

Réponses :

- 1) 1 tour = 360° et 1h = 3600 s
Donc 60 tours/h = $\frac{60 \text{ tours}}{1h} = \frac{60 \times 360^\circ}{1 \times 3600 s} = 6^\circ/s$
- 2) 1 m³ = 1000 l donc 160000 m³/min = $\frac{160000 m^3}{1 \text{ min}} = \frac{160000 \times 1000 l}{1 \times 60s} \approx 2\,670\,000 \text{ l/s}$
- 3) 1 dm = 10 cm
donc 5 dm³ = 5 × (10 cm)³ = 5 × 10 cm × 10 cm × 10 cm = 5000 cm³
- 4) 15 kW.h = 15 × (1000 W) × (3600 s) = 54 000 000 W.s = 54 000 000 J

Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques

Calculer des grandeurs géométriques (longueurs, aires et volumes) en utilisant les transformations (symétries, rotations, translations, homothétie).

Résoudre des problèmes en utilisant la proportionnalité en géométrie

Exemple :

Un confiseur vend un même berlingot en deux tailles : un modèle « junior » et un modèle « maxi ». Le modèle « maxi » est un agrandissement du modèle « junior ».

Pour le modèle junior, on connaît :

- sa hauteur : 5 cm ;
- l'aire de son emballage : 48 cm² ;
- son volume : 90 cm³.

Le modèle maxi a une hauteur de 15 cm.

1. Montrer que le modèle maxi est un agrandissement de rapport k = 3 du modèle junior.
2. En déduire l'aire de l'emballage du modèle maxi.
3. En déduire le volume du modèle maxi.
4. Un client affirme : « Le modèle maxi est 3 fois plus grand, il contient donc 3 fois plus de bonbon. »
A-t-il raison ?

Réponses :

1. Le rapport d'agrandissement est le rapport de deux longueurs qui se correspondent. Ici, avec les hauteurs : k = hauteur du maxi ÷ hauteur du junior = 15 ÷ 5 = 3. Le modèle maxi est donc bien un agrandissement de rapport k = 3.
2. Dans un agrandissement de rapport k, les aires sont multipliées par k².
Donc : aire du maxi = 48 × k² = 48 × 3² = 48 × 9 = 432 cm².

3. Dans un agrandissement de rapport k , les volumes sont multipliés par k^3 .

Donc : volume du maxi = $90 \times k^3 = 90 \times 3^3 = 90 \times 27 = 2\,430 \text{ cm}^3$.

4. Le client a tort.

Les longueurs sont bien multipliées par 3, mais le volume, lui, est multiplié par $k^3 = 27$. Le modèle maxi contient donc **27 fois** plus de bonbon, et non 3 fois.

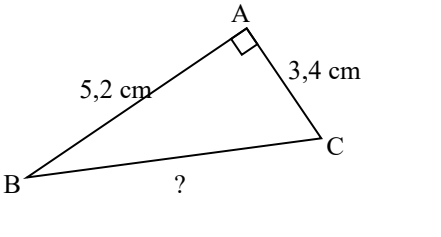
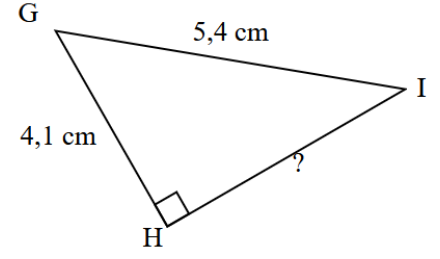
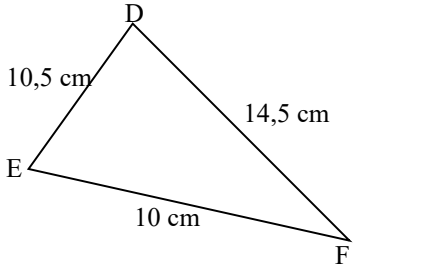
Remarque : ces trois résultats ne dépendent pas de la forme du berlingot. Pour tout agrandissement (ou réduction) de rapport k strictement positif : les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 . Quand $0 < k < 1$, il s'agit d'une réduction.

Thème 4 : Espace et géométrie

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Connaitre et utiliser le théorème de Pythagore, sa réciproque

Exemple :

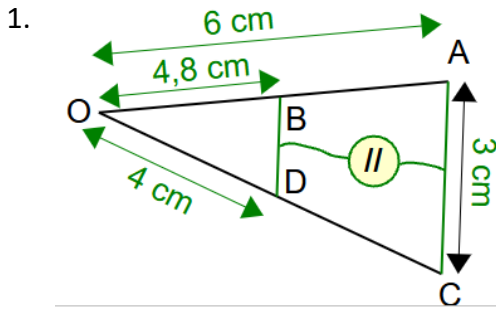
 <p>Calculer BC à 0,01 cm près.</p>	 <p>Calculer HI à 0,01 cm près</p>	 <p>Prouver que DEF est rectangle (préciser en quel point)</p>
---	---	--

Réponses :

<p>ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore</p> $BC^2 = BA^2 + AC^2$ $BC^2 = 5,2^2 + 3,4^2$ $BC^2 = 27,04 + 11,56$ $BC^2 = 38,6$ $BC = \sqrt{38,6}$ $BC \approx 6,21 \text{ cm}$	<p>GHI est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore</p> $GI^2 = GH^2 + HI^2$ $5,4^2 = 4,1^2 + HI^2$ $29,16 = 16,81 + HI^2$ $HI^2 = 29,16 - 16,81$ $HI^2 = 12,35$ $HI = \sqrt{12,35}$ $HI \approx 3,51 \text{ cm}$	<p>DF est le plus grand côté.</p> $DF^2 = DE^2 + EF^2$ $= 14,5^2 = 10,5^2 + 10^2$ $= 210,25 = 110,25 + 100$ $= 210,25$ <p>Donc $DF^2 = DE^2 + EF^2$</p> <p>Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, DEF est rectangle en E.</p>
--	--	---

Connaitre et utiliser le théorème de Thalès, sa réciproque

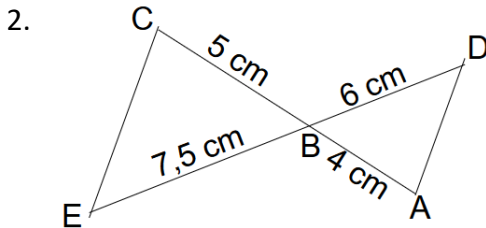
Exemple :



$(BD) // (AC)$,

$OB = 4,8 \text{ cm}$, $OA = 6 \text{ cm}$, $OD = 4 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$

Calculer OC et BD .



$AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $BD = 6 \text{ cm}$, $BE = 7,5 \text{ cm}$.

Montrer que $(AD) // (CE)$.

Réponses :

1 .

- $(BD) // (AC)$
- (AB) et (CD) sécantes en O

Donc d'après le théorème de Thalès, les triangles OBD et OAC sont semblables.

$$\frac{OB}{OA} = \frac{OD}{OC} = \frac{BD}{AC}$$

$$\frac{4,8 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \frac{4 \text{ cm}}{OC} = \frac{BD}{3 \text{ cm}}$$

$$OC = \frac{4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}}{4,8 \text{ cm}} = 5 \text{ cm}$$

$$BD = \frac{3 \text{ cm} \times 4,8 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = 2,4 \text{ cm}$$

2. $\frac{AB}{BC} = \frac{4 \text{ cm}}{5 \text{ cm}}$; $\frac{DB}{BE} = \frac{6 \text{ cm}}{7,5 \text{ cm}}$

Produit en croix : $4 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^2$ et $5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^2$ donc $\frac{AB}{BC} = \frac{DB}{BE}$

On a donc :

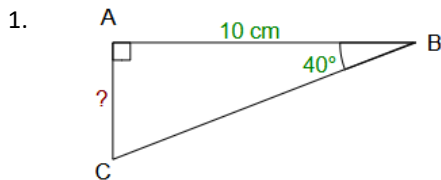
A, B, C, D et E distincts,

A, B et C sont alignés dans cet ordre. D, B et E aussi,

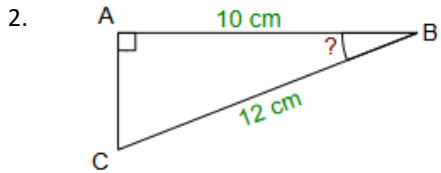
$$\frac{AB}{BC} = \frac{DB}{BE}$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès $(AD) // (CE)$.

Connaitre et utiliser les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente,



Soit ABC rectangle en A tel que $AB = 10$ cm et $\widehat{CBA} = 40^\circ$.
Calculer AC à 0,01 cm près.



Calculer \widehat{ABC} à 1° près.

Réponses :

1. ABC rectangle en A donc

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan(40^\circ) = \frac{AC}{10}$$

$$\frac{\tan(40^\circ)}{1} = \frac{AC}{10}$$

$$AC = \frac{10 \times \tan(40^\circ)}{1}$$

$$AC \approx 8,390996 \dots$$

$$AC \approx 8,39 \text{ cm}$$

2. ABC est rectangle en A donc

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{10}{12}$$

$$\widehat{ABC} \approx 34^\circ$$

Représenter l'espace

Construire et mettre en relation différentes représentations des solides étudiés (représentations en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe, patrons) et leurs sections planes.

Exemple :

A. Une boîte en forme de pavé droit a pour longueur 6 cm, largeur 4 cm et hauteur 3 cm.

1. On la coupe par un plan parallèle à sa base. Quelle est la nature de la section obtenue ?
Préciser ses dimensions.

2. On la coupe par un plan parallèle à sa plus petite face latérale. Même question.

B. Un verre a la forme d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm.

3. On le coupe par un plan parallèle à sa base.
Quelle est la nature de la section ? Préciser ses dimensions.

4. On le coupe par un plan contenant son axe.
Quelle est la nature de la section ? Préciser ses dimensions.

Réponses :

1. La section d'un pavé droit par un plan parallèle à la base est un rectangle identique à la base : un rectangle de $6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$.
2. La section par un plan parallèle à une face est un rectangle identique à cette face. La plus petite face latérale mesure $4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$: la section est donc un rectangle de $4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$.
3. La section d'un cylindre par un plan parallèle à la base est un disque de même rayon que la base : un disque de rayon 3 cm .
4. La section par un plan contenant l'axe est un rectangle dont une dimension est le diamètre et l'autre la hauteur : $2 \times 3 = 6 \text{ cm}$ de largeur et 10 cm de hauteur, soit un rectangle de $6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$.